

Exercice 4

Rayonnement d'une charge en mouvement

Simplification d'une formule avec des exposants

1 - Exemple 1

Une particule constituée de $z = 2$ charges élémentaires $e = 1,602176565 \cdot 10^{-19} C$ de masse $m = 18,2188 \cdot 10^{-31} kg$ et de vitesse initiale $v_0 = 5 \cdot 10^6 m.s^{-1}$ passe à une distance $b = 2 \cdot 10^{-8} m$ d'une particule fixe constituée de $Z = 13$ charges élémentaires e . On note $c = 299792458 m.s^{-1}$ la vitesse de la lumière dans le vide et $\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$ la permittivité du vide.

L'énergie totale rayonnée (en joule (J)) dans ces conditions est : $E = \frac{A \times B}{C \times D}$

avec :

$$A = z^8 Z e^5 \epsilon_0 m^5$$

$$B = z^5 e^7 \pi^6 m^3 c^2 Z^3 \epsilon_0^3 v_0 b^4$$

$$C = 32 b^2 v_0^2 \pi^4 \epsilon_0^2 z^3 e^2 m^4$$

$$D = 6 m^6 e^4 z^6 \pi^4 b^5 Z^2 \epsilon_0^5 c^5$$

- Indiquer les étapes du calcul pour trouver et simplifier l'expression littérale de l'énergie E en fonction des données.

- Donner alors la valeur numérique de cette énergie (on indiquera précisément comment la calculatrice est utilisée).

2 - Exemple 2

Une particule de charge $e = 1,602176565 \cdot 10^{-19} C$ décrit un cercle de rayon $R = 2 \cdot 10^2 m$. La permittivité du vide est $\epsilon_0 = 8,854188 \cdot 10^{-12} F.m^{-1}$ et la vitesse de la lumière est $c = 299792458 m.s^{-1}$. Le mouvement rotation a une pulsation $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 10^8 rd.s^{-1}$. La puissance rayonnée P pour l'harmonique $m = 5$ est donnée par :

$P = K \times f(\theta)$ avec $K = \frac{(A \times B)}{(C \times D)}$ et $f(\theta)$ qui donne la dépendance angulaire avec θ .

On a :

$$A = 8 e^{-2} \omega R^{-3} c^{-3}$$

$$B = \omega^{-5} R^{-4} m^5 \epsilon_0^2 \pi^{-1} c^2$$

$$C = 16 e^{-5} \omega^{-15} m \pi^{-2} c$$

$$D = 4 e \omega^7 m^2 \epsilon_0^3 R^{-9} c \pi^3$$

- Indiquer les étapes du calcul pour trouver et simplifier l'expression littérale du facteur K en fonction des données.

- Donner alors la valeur numérique de ce facteur (on indiquera précisément comment la calculatrice est utilisée).

3 - Exemple 3

Un moment magnétique est soumis à l'action d'un autre moment magnétique sinusoïdal d'amplitude $m_0 = 9,284765 \cdot 10^{-24} A.m^2$ et de pulsation $\omega = 2 \cdot 10^{12} \pi \text{ rd.s}^{-1}$. La perméabilité du vide est $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} H.m^{-1}$ et la vitesse de la lumière $c = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$.

La puissance moyenne rayonnée est : $P = \frac{A \times B}{C \times D}$ avec :

$$A = 12 \mu_0^7 c^9 \omega^{-2} \pi^{-1} m_0^3$$

$$B = \pi^2 m_0^3 c^{-5} \mu_0^{-8} \omega^{-3}$$

$$C = 8 \pi^5 m_0^2 \mu_0^2 c^2 \omega^{-5}$$

$$D = \mu_0^{-4} c^9 \omega^{-4} c^5 m_0^2 \pi^{-3}$$

- Indiquer les étapes du calcul pour trouver et simplifier l'expression littérale de la puissance P en fonction des données.

- Donner alors la valeur numérique de ce facteur (on indiquera précisément comment la calculatrice est utilisée).