3ème loi de Newton - Actions réciproques
Expérience - Calcul

---

1 - Analyse d'une trajectoire expérimentale

L'expérience menée s'appuie sur une vidéo 4K prise avec une focale 400 mm pour éviter les distorsions géométriques causées par l'objectif, sur laquelle 2 billes en acier de masses égales m1 = m2 = 20,38 g, reliées par un fil élastique, sont projetées en l'air : https://www.tuclic.fr/python_phy/mecalab/index.htm#newton_3

De cette façon, chaque bille est soumise à son poids $\overrightarrow{P_1} = m_1 \cdot \overrightarrow{g}$ et $\overrightarrow{P_2} = m_2 \cdot \overrightarrow{g}$ ainsi qu'à la tension du fil élastique $\overrightarrow{F_{1/2}}$ que la bille 1 exerce sur la bille 2 et $\overrightarrow{F_{2/1}}$ que la bille 2 exerce sur la bille 1.

L'idée est de construire les forces $\overrightarrow{F_{1/2}}$ et $\overrightarrow{F_{2/1}}$ par des constructions vectorielles précises et de vérifier la loi des actions réciproques, ou 3ème loi de Newton :

$$\overrightarrow{F_{1/2}} = -\overrightarrow{F_{2/1}}$$

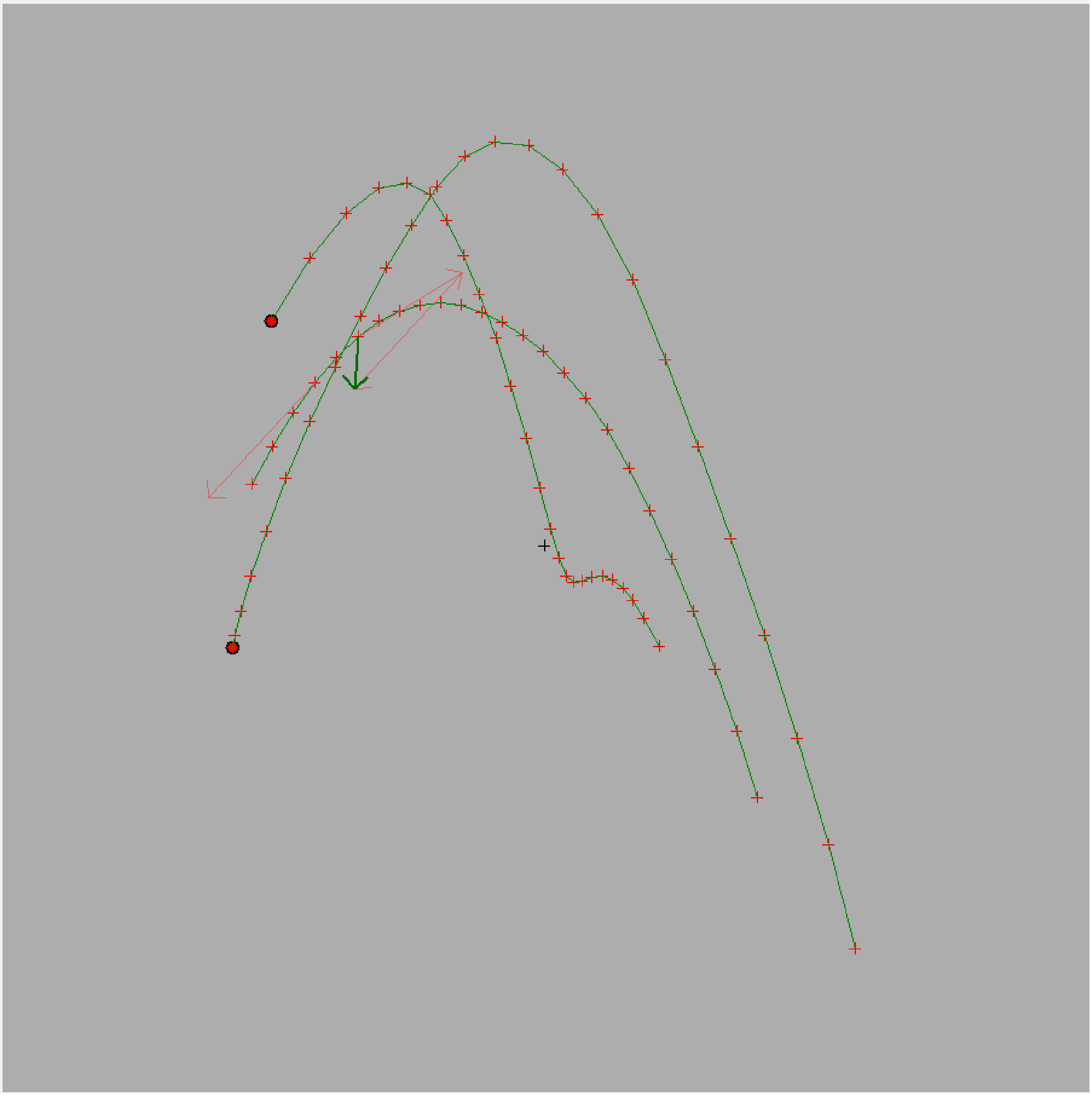
Les figures ci-dessous présentent les étapes de ces constructions vectorielles avec Mecalab 10 : https://www.tuclic.fr/python_phy/mecalab/index.htm#mecalab_10 en décochant la correction rideau (l'explication de cette nécessité de décocher est donnée dans le paragraphe "Calcul"). Télécharger les fichiers avec le lien "TP 2 billes complet" sur cette page.

Toutes les constructions ci-dessous sont faites sur la base d'un pointage très précis des trajectoires réalisé avec Micropix, inclus dans le lien "TP 2 billes complet" ci-dessus.

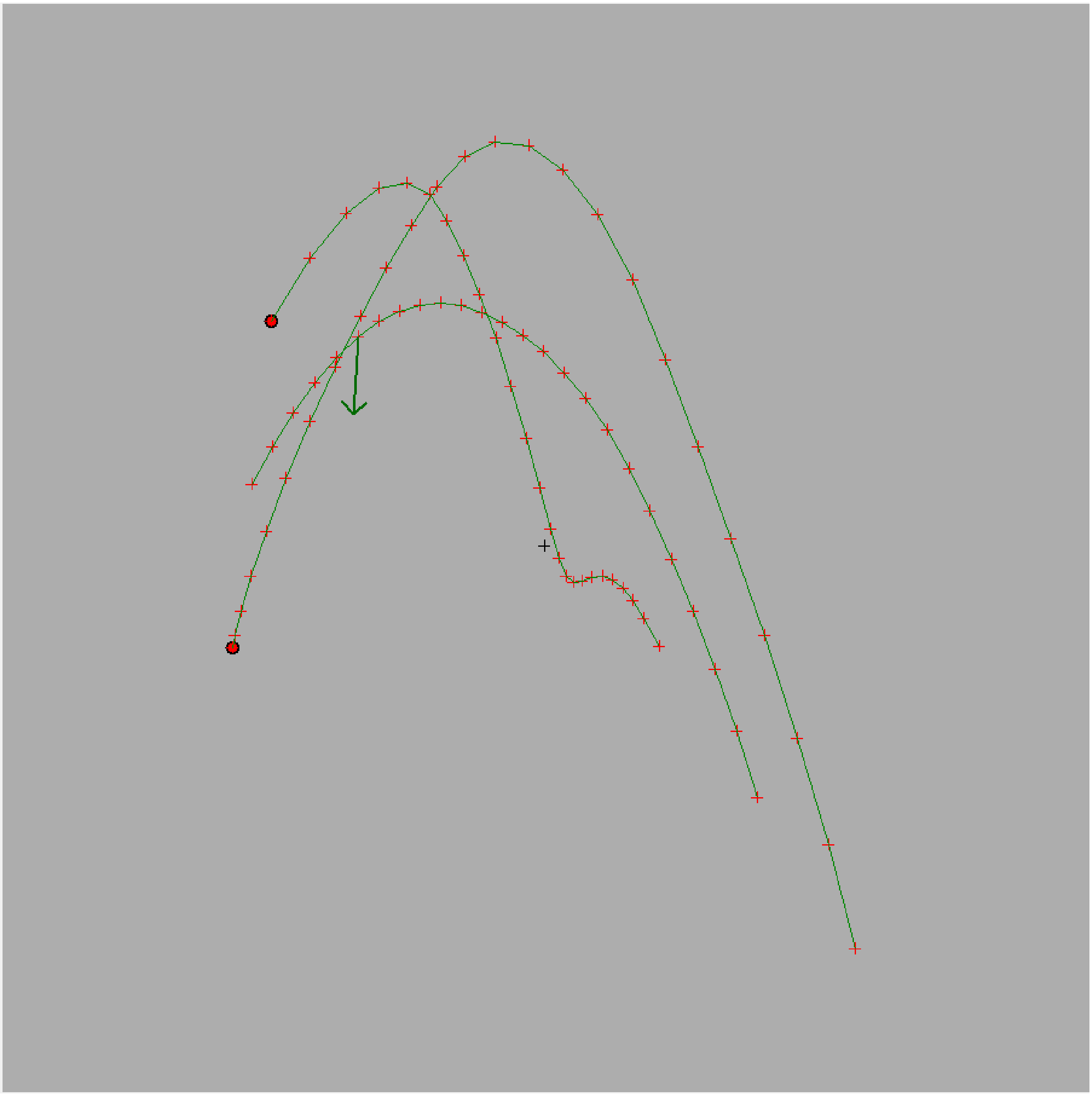
Les étapes de la construction sont les suivantes.

La trajectoire du centre de masse G des 2 billes est obtenu simplement à partir des positions des 2 billes et de leur masse (considérée comme expérience 3 dans Mécalab).

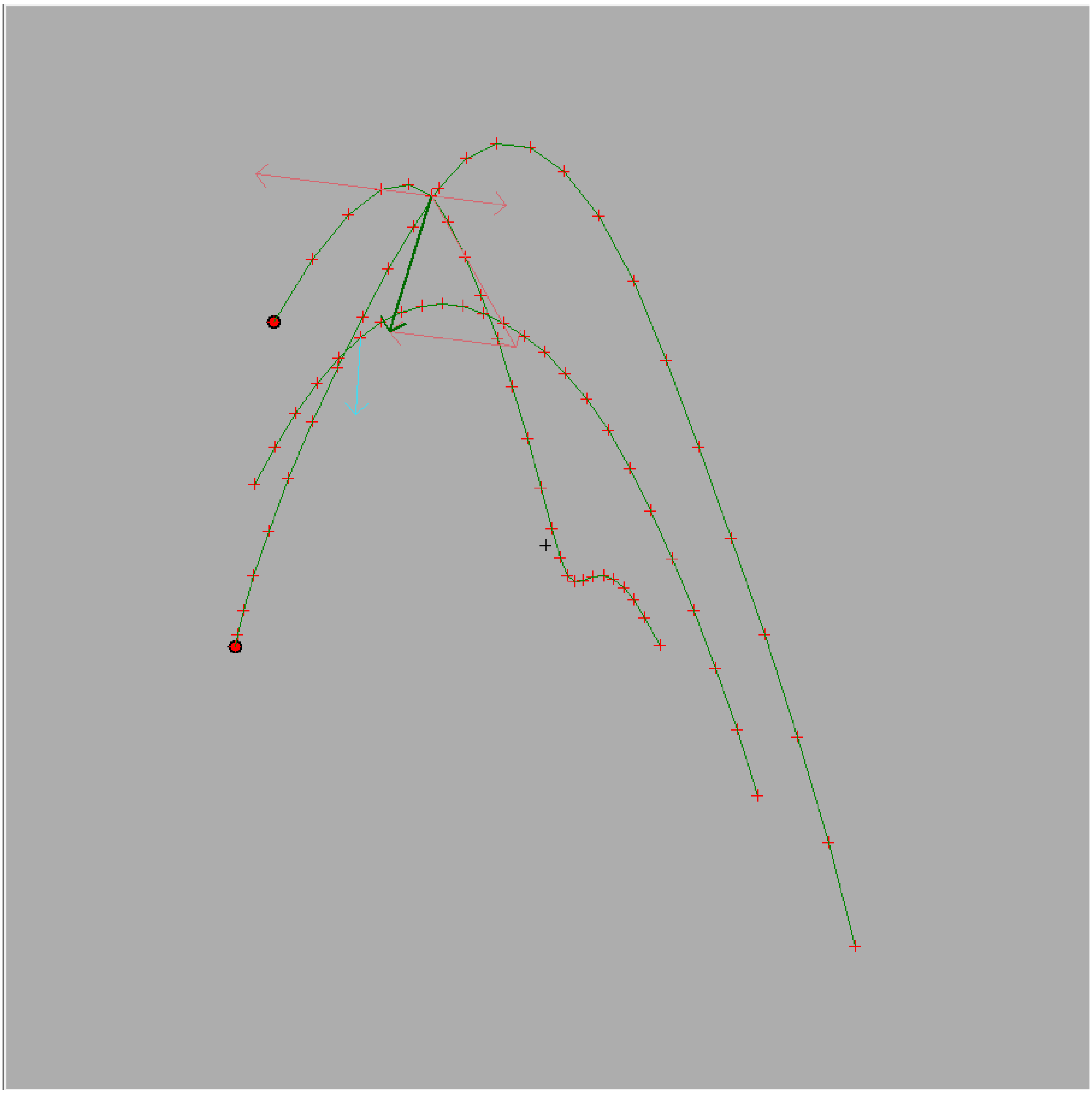
a - Construction du vecteur vitesse du centre de masse G entre les instants 4 et 6 , puis entre les instants 6 et 8. On obtient par différence vectorielle $\overrightarrow{\Delta V_G}$, la variation de vitesse entre les instants 5 et 7 (vecteur sélectionné en vert foncé).

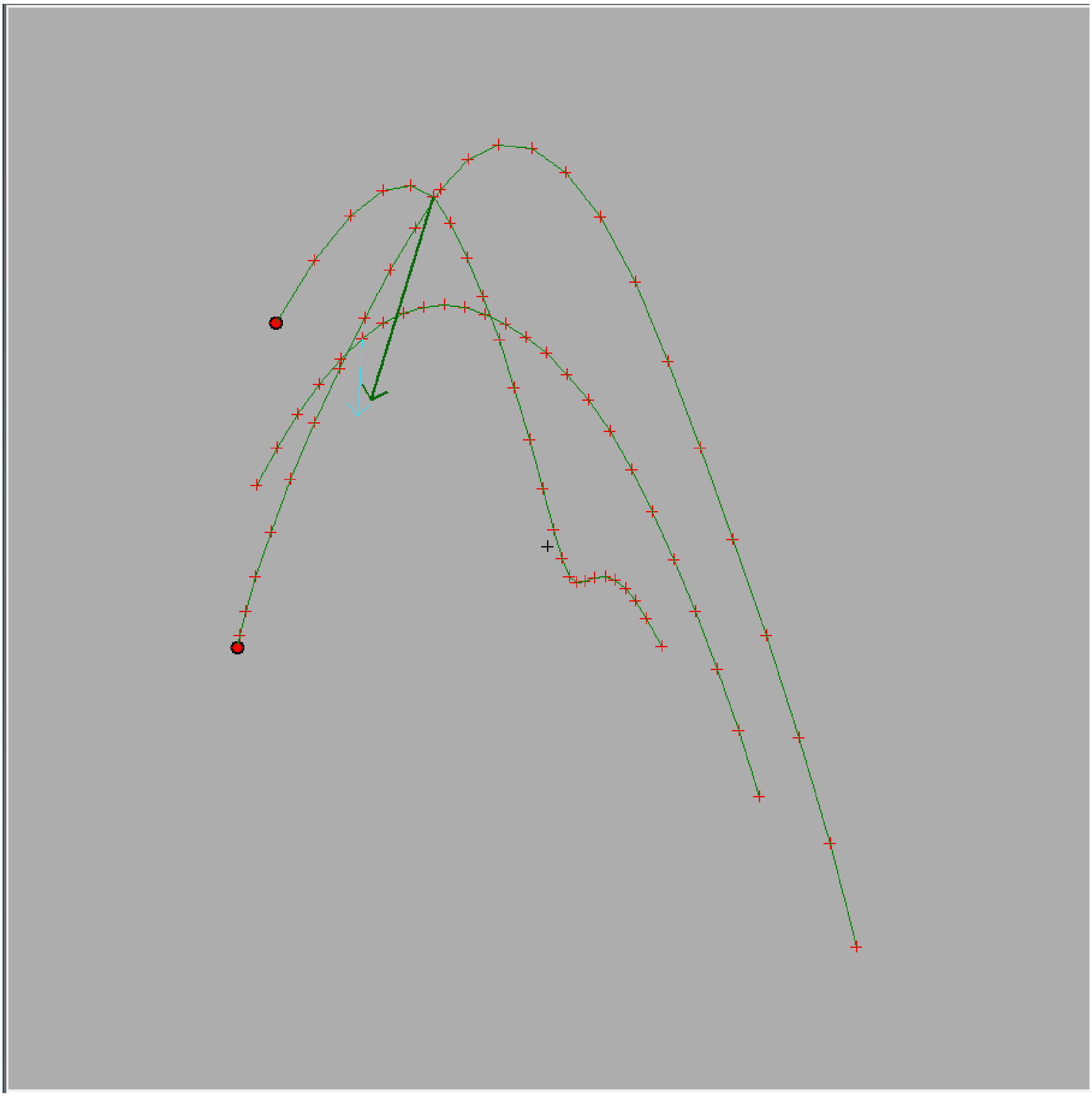


b - En divisant par 2 pas de temps (bouton "Vitesse --> Accélération" dans Mécalab) on obtient l'accélération $\overrightarrow{a_G}$ du centre de masse G à l'instant 6. La deuxième loi de Newton appliquée au système {m1 , m2 , élastique } indique que le centre d'inertie G de ce système est soumis à la seule force extérieure qu'est son poids. On en déduit l'égalité $\overrightarrow{a_G} = \overrightarrow{g}$ ce qui donne, aux erreurs expérimentales près d'échelle et pointage, l'intensité de la pesanteur $\overrightarrow{g}$ (vecteur sélectionné en vert foncé) :

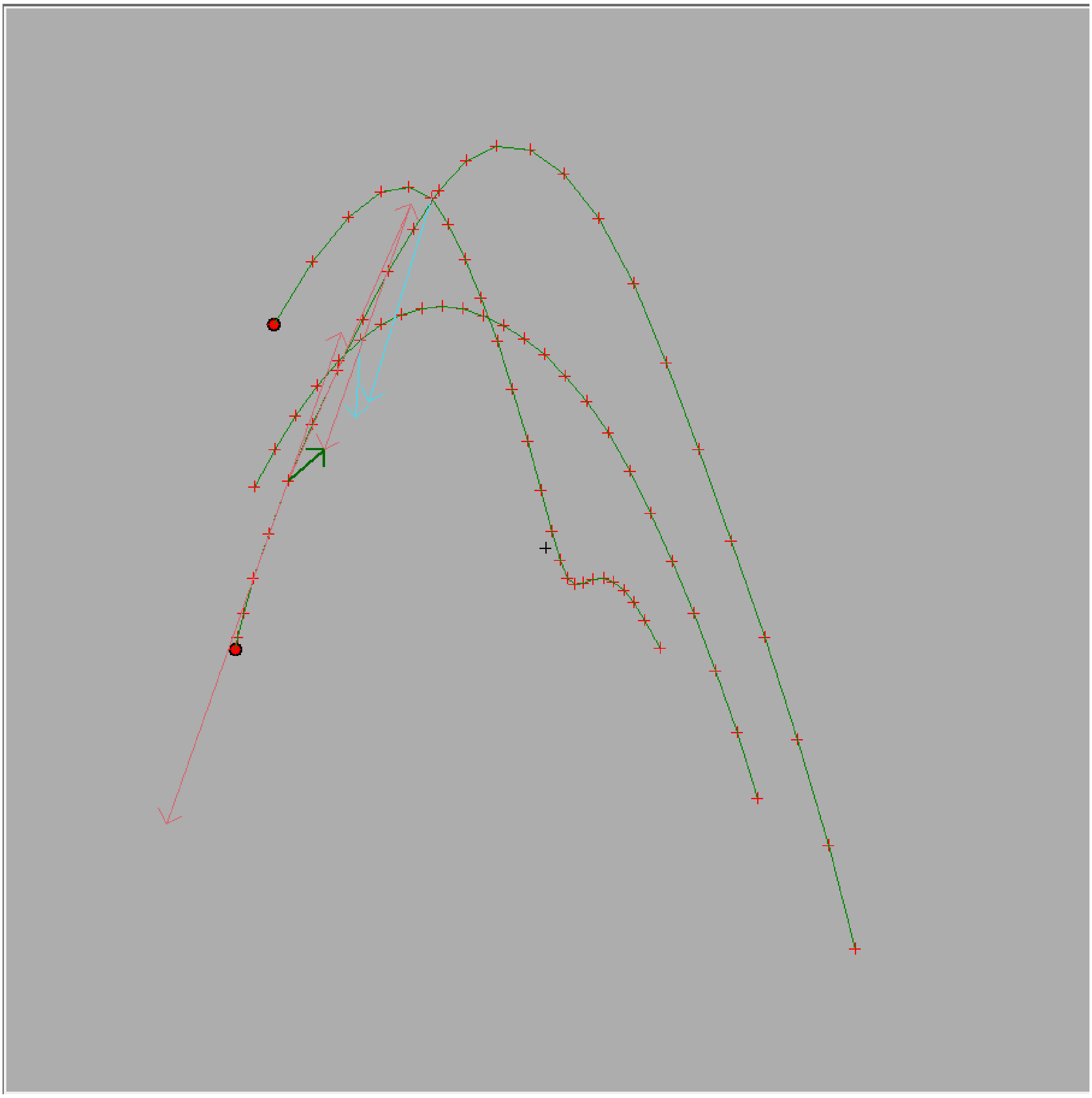


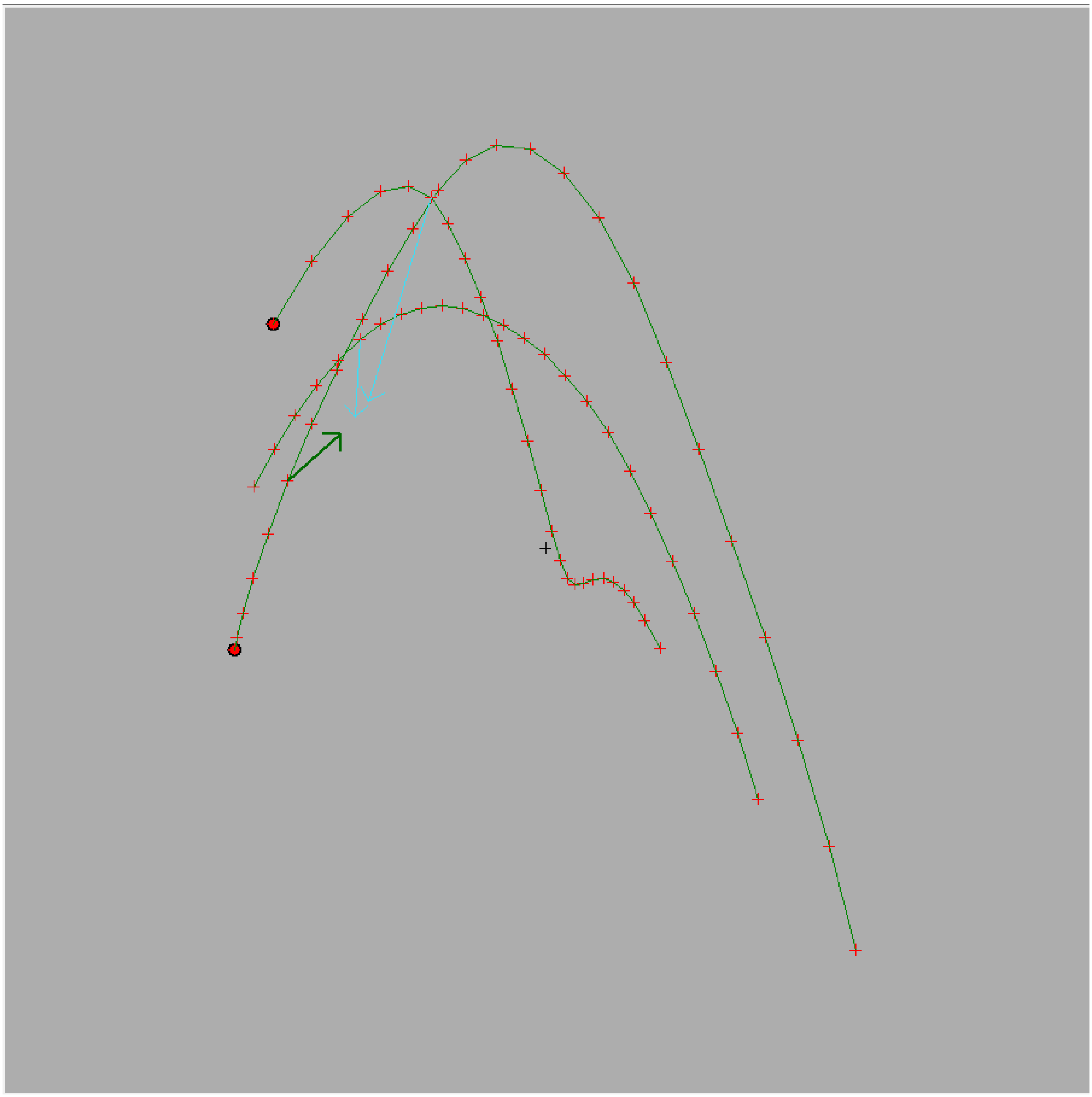
c - On construit de la même façon la variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta V_1}$ et l'accélération $\overrightarrow{a_1}$ à l'instant 6 de la bille 1 :



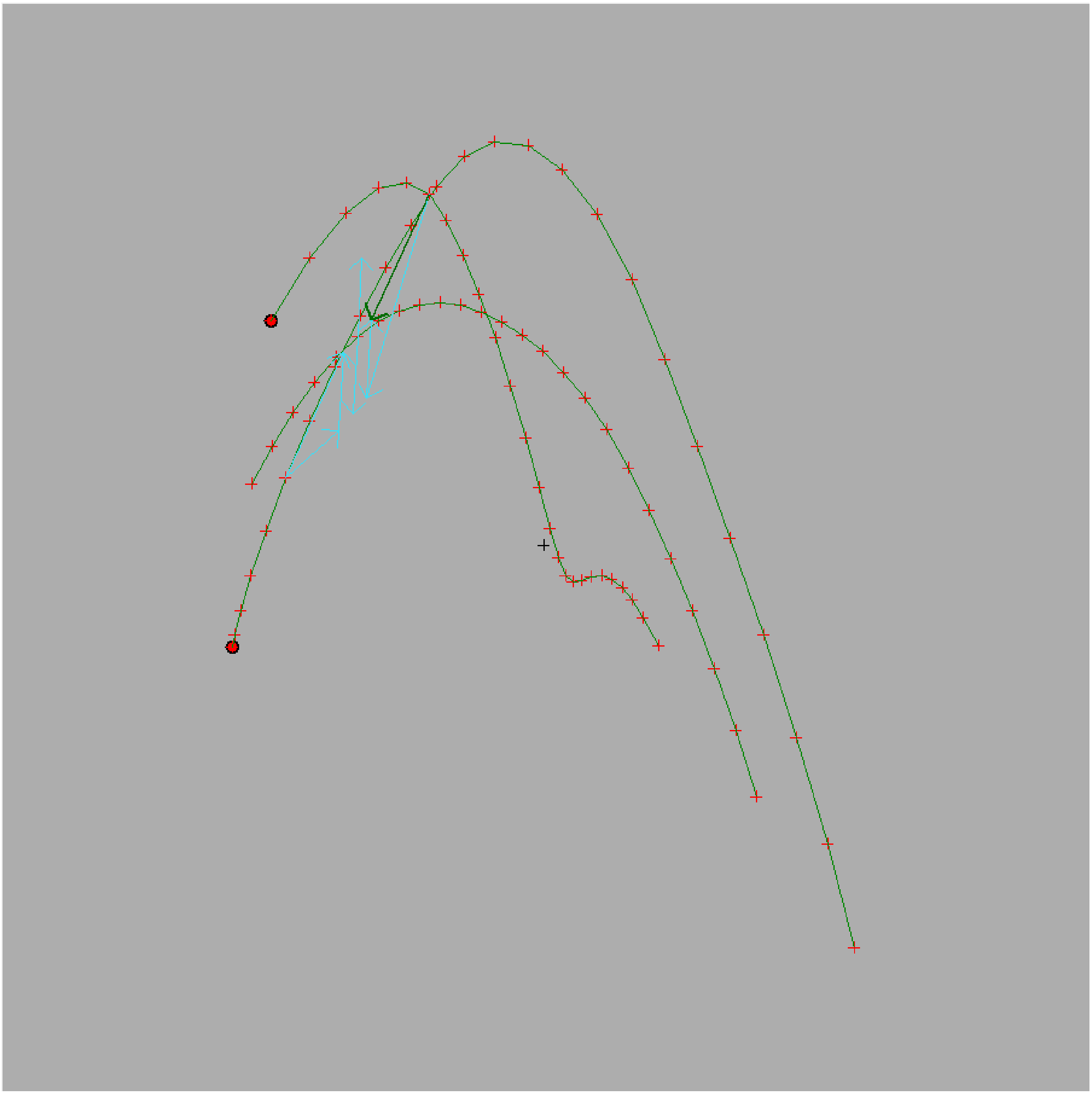


d - On construit de la même façon la variation de vitesse $\overrightarrow{\Delta V_2}$ et l'accélération $\overrightarrow{a_2}$ à l'instant 6 de la bille 2 :





e - On en déduit l'accélération de la bille 1 provoquée par le fil élastique $\overrightarrow{a_1} - \overrightarrow{g}$, $\overrightarrow{a_1}$ étant l'accélération de la bille 1 du fait de son poids et de la tension du fil élastique, et $\overrightarrow{g}$ étant l'intensité de la pesanteur déterminée en b - ci-dessus.

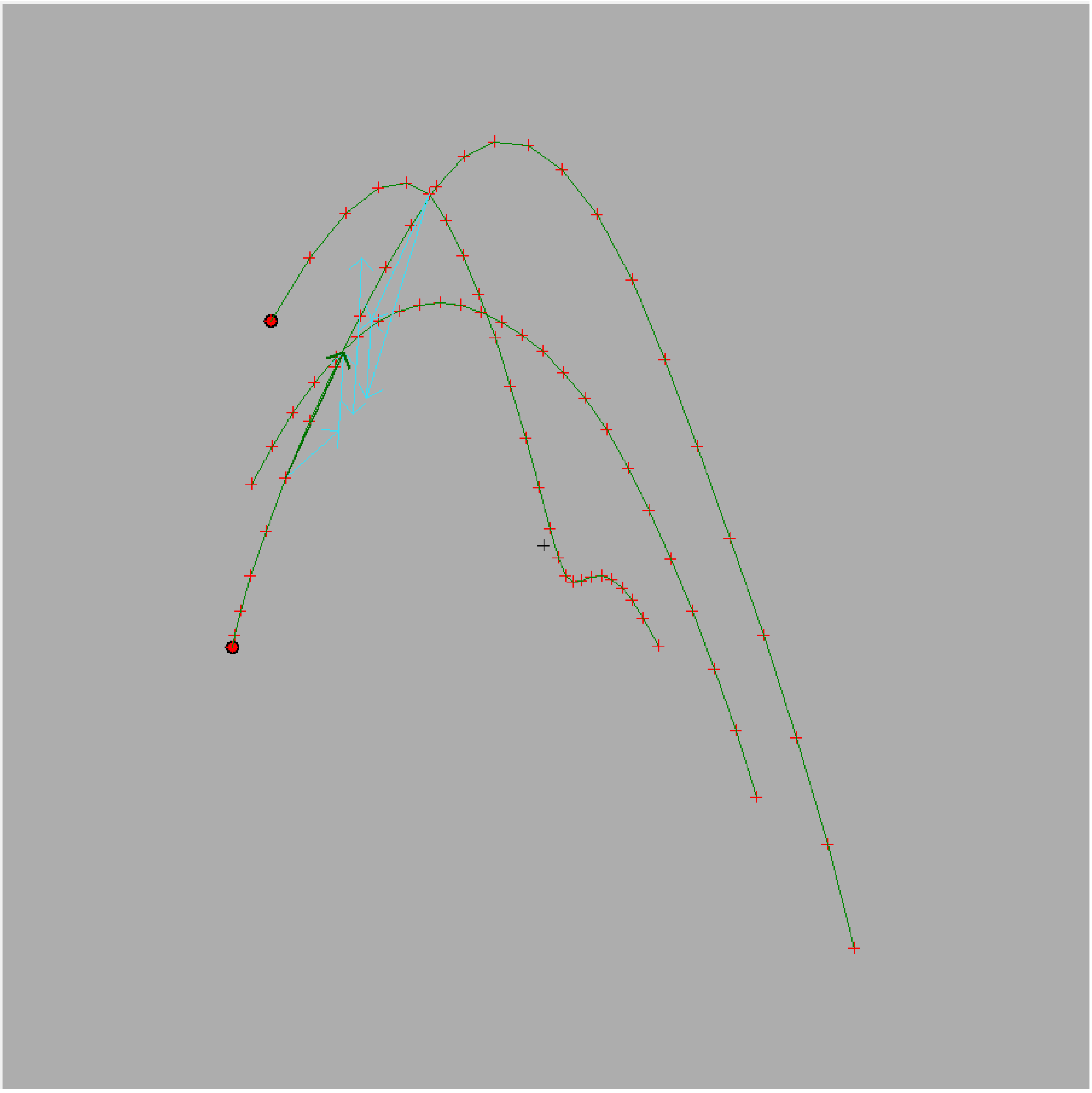


Les composantes de cette accélération liée au fil élastique sur la bille 1 sont indiquées par Mécalab :

Point sélectionné x = 0.263113 m, y = 0.437916 m

Vecteur Accélération = 21.135964 m.s-2

Accélération x = -8.850948 m.s-2 Accélération y = 19.19348 m.s-2 f - On en déduit de même l'accélération de la bille 2 provoquée par le fil élastique $\overrightarrow{a_2} - \overrightarrow{g}$, $\overrightarrow{a_2}$ étant l'accélération de la bille 2 du fait de son poids et de la tension du fil élastique, et $\overrightarrow{g}$ étant l'intensité de la pesanteur déterminée en b - ci-dessus.



Les composantes de cette accélération liée au fil élastique sur la bille 2 sont indiquées par Mécalab :

Point sélectionné x = 0.263113 m, y = 0.437916 m

Vecteur Accélération = 21.135964 m.s-2

Accélération x = 8.850948 m.s-2 Accélération y = -19.19348 m.s-2

On ne peut pas manquer de noter l'égalité exacte obtenue :

$\overrightarrow{F_{1/2}} = -\overrightarrow{F_{2/1}}$ avec m1 = m2

avec 7 chiffres significatifs affichés par Mécalab pour des constructions vectorielles réalisées sur des données expérimentales de précision inférieure, en plus du principe même de détermination des accélérations à partir de 3 points situés à des distances finies sur la trajectoire.

Cette égalité n'est forcément pas fortuite et résulte en fait des propriétés géométriques du centre d'inertie, ainsi que de l'inclusion implicite de la 3ème loi de Newton dans l'énoncé de la 2ème loi pour le mouvement du centre de masse. On ne fait que vérifier que cette 2ème loi, démontrée avec l'aide de la 3ème loi, implique cette 3ème loi.

Ces remarques conduisent au calcul suivant.

2 - Calcul relatif à la 3ème loi de Newton

```
# Obtention de la 3ème loi de Newton à partir de l'énoncé de la
# 2ème loi pour le centre de masse


# calcul des accélérations de type "pointage" pour
# 2 points matériels et leur centre d'inertie G

# A1 B1 et C1 sont sur la trajectoire 1

# A2 B2 et C2 sont sur la trajectoire 2

# A3 B3 et C3 sont les positions des centres d'inertie respectifs.

# m1 et m2 sont les masses (éventuellement fictives) des points matériels 1 et 2 avec m = m1 + m2

m1 = m * x:
m2 = m * (1-x):

VA1:=(xB1-xA1)/dt:  # Vitesses type "pointage"
VC1:=(xC1-xB1)/dt:
VA2:=(xB2-xA2)/dt:
VC2:=(xC2-xB2)/dt:

xA3:=x*xA1+(1-x)*xA2:
xB3:=x*xB1+(1-x)*xB2:
xC3:=x*xC1+(1-x)*xC2:    # centre d'inertie
VA3:=(xB3-xA3)/dt:
VC3:=(xC3-xB3)/dt:

A1:=simplify((VC1-VA1)/dt);   # accélérations type "pointage"
A2:=simplify((VC2-VA2)/dt);
A3:=simplify((VC3-VA3)/dt);

dA1:=m*simplify((A1-A3)*x):   # on soustrait l'accélération
dA2:=m*simplify((A2-A3)*(1-x)): # du centre de masse aux accélérations des
F2_sur_1=dA1;                  # points matériels 1 et 2
F1_sur_2=dA2;
F2_sur_1_plus_F1_sur_2=simplify(dA1+dA2);
```

$$A1 := -\frac{-xC1 + 2\,xB1 - xA1}{dt^2}$$

$$A2 := -\frac{-xC2 + 2\,xB2 - xA2}{dt^2}$$

$$A3 := -\frac{-x\,xC1 - xC2 + xC2\,x + 2\,x\,xB1 + 2\,xB2 - 2\,xB2\,x - x\,xA1 - xA2 + xA2\,x}{dt^2}$$

$$F2\_sur\_1 = \frac{m\,(xC1 - 2\,xB1 + xA1 - x\,xC1 - xC2 + xC2\,x + 2\,x\,xB1 + 2\,xB2 - 2\,xB2\,x - x\,xA1 - xA2 + xA2\,x)\,x}{dt^2}$$

$$F1\_sur\_2 = -\frac{m\,x\,(-xC1 + xC2 + 2\,xB1 - 2\,xB2 - xA1 + xA2)\,(-1 + x)}{dt^2}$$

$$F2\_sur\_1\_plus\_F1\_sur\_2 = 0$$

```
# On retrouve ainsi la troisième loi de Newton

# On note que la valeur x = m1 / (m1 + m2)
# n'a pas besoin d'être fixée en relation avec les vraies masses des
# deux points matériels pour obtenir l'égalité des forces en module
# Les 2 points matériels n'ont pas besoin d'avoir une trajectoire réelle.
```